Оскаленко Заочники экономисты 2018 Теория вероятностей и математическая статистика уст.сессия 12.05.20

Занятия

1. 12.05.20 – 1 пара

Прочитать теорию, решить задачи

Тема –

|  |
| --- |
| **3. Показатели вариации** |
| Тема: Расчет абсолютных и относительных показателей вариации |
| Тема: Расчет групповой, межгрупповой и общей дисперсии (по правилу сложения дисперсий) |

**Список основной учебной литературы**

* 1. Годин А.М. Статистика (11-е издание) [Электронный ресурс]: учебник для бакалавров/ Годин А.М.— Электрон. текстовые данные.— М.: Дашков и К, 2018.— 412 c.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/24816.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

1. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебное пособие/ В.С. Мхитарян [и др.].— Электрон. текстовые данные.— М.: Московский финансово-промышленный университет «Синергия», 2017.— 336 c.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/17047.— ЭБС «IPRbooks», по паролю
2. Шеремет Н.М. Общая теория статистики [Электронный ресурс]: учебник/ Шеремет Н.М.— Электрон. текстовые данные.— М.: Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте, 2016.— 360 c.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/26820.— ЭБС «IPRbooks», по паролю

Методические указания и решение типовых задач

**Вариацией** называется изменяемость величины признака. Вариация проявляется в отклонениях от средних и зависит от множества факторов, влияющих на социально-экономическое явление. Вариация бывает случайной и систематической, существует в пространстве и во времени. Показатели вариации делятся на абсолютные и относительные (таблица 3.1).

Таблица 3.1

Показатели вариации

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Показатель | | Формула расчета показателя | |
| простой | взвешенный |
| Абсолютные | Размах | (3.1) | |
| Среднее  линейное  отклонение | (3.2) | \* (3.3) |
| Дисперсия | σ2 (3.4) | (3.5) |
| Среднее  квадратическое отклонение | (3.6) | (3.7) |
| относительные | Коэффициент  вариации | (3.8) | |
| Линейный  коэффициент  вариации | (3.9) | |
| Коэффициент  осцилляции | (3.10) | |

\* – Здесь *fi* – частота ().

Относительные показатели (коэффициент вариации, линейный коэффициент вариации, коэффициент осцилляции) строятся с учетом базы (в виде средней), выражаются в процентах и дают характеристику однородности совокупности. Совокупность считается однородной, если коэффициент вариации

. (3.11)

Для расчета дисперсии можно использовать модифицированную формулу:

. (3.12)

**Виды дисперсий в совокупности, разделенной на части. Правило сложения**

**дисперсий .**

Если исходная совокупность является такой, что по значениям признака она делится на *l* групп, то общая дисперсия складывается из частных дисперсий. Для формул 3.13-3.18:

*хi* – *i*-е значение признака ();

*fij* – частота *i*-го значения признака, число единиц в *j*-й группе;

*mi* – сумма частот *i*-го значения признака в каждой группе;

*nj* – сумма частот всех значений признака в *j*-й группе;

*N* – сумма частот всех значений признака во всех группах (объем совокупности).

Сначала вычисляем *l* частных средних (), т.е. среднее значение признака в каждой группе:

. (3.13)

На основе частных средних определяем общую среднюю () по формулам

 или . (3.14)

**Общая дисперсия** совокупности

. (3.15)

Общая дисперсия отражает вариацию признака за счет всех факторов, действующих в данной совокупности.

Вариацию между группами за счет признака-фактора, положенного в основу группировки, отражает **межгрупповая дисперсия**, которая исчисляется как средний квадрат отклонений групповой средней от общей средней:

. (3.16)

**Межгрупповая дисперсия** характеризует систематическую вариацию результативного признака, т.е. вариацию между группами за счет признака-фактора, положенного в основу группировки.

Вариацию внутри каждой группы изучаемой совокупности отражает **внутригрупповая дисперсия**, которая исчисляется как средний квадрат отклонений значений признака *х* от частной средней :

 или . (3.17)

Для всей совокупности внутригрупповую вариацию будет выражать **средняя из внутригрупповых дисперсий**, которая рассчитывается как средняя арифметическая из внутригрупповых дисперсий:

. (3.18)

*Внутригрупповая дисперсия* отражает случайную вариацию, т.е. часть вариации обусловленную влиянием неучтенных факторов и не зависящую от признака-фактора, положенного в основу группировки.

Между представленными видами дисперсий существует определенное соотношение, которое известно как *правило сложения дисперсий*:

. (3.19)

Таким образом, общая дисперсия складывается из двух слагаемых: первое – средняя из внутригрупповых дисперсий – измеряет вариацию внутри частей совокупности, второе – межгрупповая дисперсия – вариацию между средними этих частей.

Правило сложения дисперсий позволяет выявить зависимость результатов от определяющих факторов с помощью соотношения межгрупповой и общей дисперсий. Это соотношение называется **эмпирическим коэффициентом детерминации** (η2) и показывает долю вариации результативного признака под влиянием факторного.

. (3.20)

**Эмпирическое корреляционное отношение** (η) показывает тесноту связи между исследуемым явлением и группировочным признаком.

. (3.21)

η2 и η  [0, 1]. (3.22)

Если связь отсутствует, то η = 0. В этом случае межгрупповая дисперсия равна нулю (δ2=0), т.е. все групповые средние равны между собой и межгрупповой вариации нет. Это означает, что группировочный признак не влияет на вариацию исследуемого признака *х*.

Если связь функциональная, то η = 1. В этом случае дисперсия групповых средних равна общей дисперсии (). Это означает, что группировочный признак полностью определяет характер изменения изучаемого признака.

Чем больше значение корреляционного отношения приближается к единице, тем полнее (сильнее) корреляционная связь между признаками (таблица 3.3).

Таблица 3.3

Качественная оценка связи между признаками (шкала Чэддока)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение | Характер связи |  | Значение | Характер связи |
| η = 0 | Отсутствует |  | 0,5 ≤ η < 0,7 | Заметная |
| 0 < η < 0,2 | Очень слабая |  | 0,7 ≤ η < 0,9 | Сильная |
| 0,2 ≤ η < 0,3 | Слабая |  | 0,9 ≤ η < 1 | Весьма сильная |
| 0,3 ≤ η < 0,5 | Умеренная |  | η = 1 | Функциональная |

Тема: расчет групповой, межгрупповой и общей дисперсии

(по правилу сложения дисперсий)

*ЗАДАЧА*

Определить групповые дисперсии, среднюю из групповых дисперсий, межгрупповую дисперсию, общую дисперсию по данным о производительности труда в двух бригадах:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Изготовлено  деталей за час, шт. (производительность труда) | Количество рабочих,  имеющих соответствующую  производительность труда | |
| в бригаде 1 | в бригаде 2 |
| *хi* | *fi*1 | *fi*2 |
| 10 | 1 | 0 |
| 12 | 3 | 0 |
| 14 | 3 | 1 |
| 16 | 2 | 3 |
| 18 | 1 | 2 |
| 20 | 0 | 4 |

**Решение:** Промежуточные расчеты занесем в таблицы:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *хi* | Бр. 1 | Бр. 2 | *mi* | Промежуточные расчеты для  определения средних величин | | |
| *fi*1 | *fi*2 | *хi·fi*1 | *хi·fi*2 | *хi·mi* |
| 10 | 1 | 0 | 1 | 10 | 0 | 10 |
| 12 | 3 | 0 | 3 | 36 | 0 | 36 |
| 14 | 3 | 1 | 4 | 42 | 14 | 56 |
| 16 | 2 | 3 | 5 | 32 | 48 | 80 |
| 18 | 1 | 2 | 3 | 18 | 36 | 54 |
| 20 | 0 | 4 | 4 | 0 | 80 | 80 |
| Σ | *n*1=10 | *n*2=10 | *N*=20 | Σ*хi·fi*1=138 | Σ*хi·fi*2=178 | Σ*хi· mi* =316 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *хi* | Промежуточные расчеты для определения дисперсий | | | | | |
| (*хi –*) | (*хi –*) | (*хi* –) | (*хi –*)2·*fi*1 | (*хi –*)2·*fi*2 | (*хi* –)2·*mi* |
| 10 | -3,8 | -7,8 | -5,8 | 14,44 | 0,00 | 33,64 |
| 12 | -1,8 | -5,8 | -3,8 | 9,72 | 0,00 | 43,32 |
| 14 | 0,2 | -3,8 | -1,8 | 0,12 | 14,44 | 12,96 |
| 16 | 2,2 | -1,8 | 0,2 | 9,68 | 9,72 | 0,20 |
| 18 | 4,2 | 0,2 | 2,2 | 17,64 | 0,08 | 14,52 |
| 20 | 6,2 | 2,2 | 4,2 | 0,00 | 19,36 | 70,56 |
| Σ | – | – | – | 51,60 | 43,60 | 175,20 |

Средняя производительность труда для 1-й бригады:

 = 13,8 шт./ч.

Средняя производительность труда для 2-й бригады:

 = 17,8 шт./ч.

Средняя производительность труда для 1-й и 2-й бригады:

 = 15,8 шт./ч.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Дисперсия 1-й группы (бригады)  = 5,16 | | Дисперсия 2-й группы (бригады)  = 4,36 |
| Средняя из групповых дисперсий  = 4,76 | | Межгрупповая дисперсия  = 4,0 |
| Общая дисперсия | =8,76 | |
| Проверка по правилу  сложения дисперсий: | = 4,76 + 4,00 = 8,76 | |

Эмпирический коэффициент детерминации:

 = 0,457 = 45,7%.

Отсюда можно сделать вывод, что общая вариация производительности труда на 45,7% обусловлена вариацией между группами.

Эмпирическое корреляционное отношение

 = 0,6757.

Значение η = 0,6757 показывает заметную связь по шкале Чэддока (см. таблицу 3.3) между исследуемым явлением (производительностью труда) и группировочным признаком (бригады).

**Задание**

*ЗАДАЧА*

Имеются следующие данные о производительности ткачей за час работы:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Табельный номер ткача | Изготовлено ткани трехстаночниками за 1 час | Табельный  номер ткача | Изготовлено ткани четырехстаночниками за 1 час |
| 1 | 13 | 7 | 18 |
| 2 | 14 | 8 | 19 |
| 3 | 15 | 9 | 22 |
| 4 | 17 | 10 | 20 |
| 5 | 16 | 1 | 24 |
| 6 | 15 | 12 | 13 |

Вычислить групповые дисперсии, среднюю из групповых дисперсий, межгрупповую дисперсию, общую дисперсию по данным о производительности труда в двух бригадах.

*ЗАДАЧА*

Имеются следующие данные о производительности труда рабочих:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Табельный номер  рабочего | Произведено продукции в шт. | |
| в дневную смену | в ночную смену |
| 1 | 5 | 5 |
| 2 | 8 | 6 |
| 3 | 7 | 4 |
| 4 | 4 | 4 |

Вычислить групповые дисперсии, среднюю из групповых дисперсий, межгрупповую дисперсию, общую дисперсию по данным о производительности труда в двух сменах.

**Тема – выборочное наблюдение в статистике**

Методические указания и решение типовых задач

Наиболее широко распространенным видом не сплошного наблюдения является выборочное наблюдение, при котором обследуются не все единицы изучаемой совокупности, а лишь определенным образом отобранная их часть.

Вся подлежащая изучению совокупность объектов (наблюдений) называется ***генеральной совокупностью. Выборочной совокупностью или выборкой*** называется часть генеральной совокупности, отобранная для изучения свойств обеспечивающая репрезентативность.

Отбор из генеральной совокупности проводится таким образом, чтобы на основе выборки можно было получить достаточно точное представление об основных параметрах совокупности в целом. При этом речь идет как о точечной оценке, в качестве которой принимается соответствующее значение средней, доли и т.д., полученное в результате выборки, так и об интервальной оценке, т.е. о тех пределах, в которых с определенной вероятностью может находиться значение искомого параметра в генеральной совокупности. Главное требование, которому должна отвечать выборочная совокупность, — это требование ее репрезентативности, т.е. представительности.

В статистике результаты сплошного наблюдения иногда оцениваются как выборочные характеристики. Такая трактовка полученных данных имеет место в тех случаях, когда число обследованных единиц невелико и нет твердой уверенности в том, что изучаемые характеристики не могут принимать иных значений, кроме выявленных в результате наблюдения. При проведении экспериментов число значений может быть бесконечно большим, поэтому, формулируя выводы на основе ограниченного их числа, необходимо рассматривать полученные данные как выборочные характеристики.

Распространяя результаты выборочного обследования на генеральную совокупность, следует иметь в виду, что между характеристиками генеральной и выборочной совокупности возможно расхождение, обусловленное тем, что обследуется не, вся совокупность, а лишь ее часть.

**Ошибкой статистического наблюдения** считается величина отклонения между расчетным и фактическим значениями признаков изучаемых объектов.

Выборочный метод обеспечивает значительную экономию материальных и финансовых ресурсов при проведении статистического наблюдения, что позволяет расширить программу обследования и повысить его оперативность. Второе преимущество – высокая достоверность получаемых данных, так как при относительно небольшом объеме выборки можно организовать эффективный контроль за качеством собираемой информации. Таким образом, снижается вероятность появления ошибок регистрации и не обнаружения их на стадии проверки первичной информации. И наконец, в ряде случаев, когда сплошное наблюдение связано с уничтожением или порчей обследуемых единиц (например, при проверке качества поступающих в продажу продуктов питания), возможно только выборочное обследование.

Точность оценок, полученных на основе выборочного метода, зависит не от доли обследованных единиц, а от их числа.

**Основные этапы выборочного наблюдения**;

1) определение цели, задач и составление программы наблюдения;

2) формирование выборки;

3) сбор данных на основе разработанной программы;

4) анализ полученных результатов и расчет основных характеристик выборочной совокупности;

5) расчет ошибки выборки и распространение ее результатов на генеральную совокупность.

Различают **виды выборки**:

1. **случайная** (собственно-случайная);
2. **механическая** (например, каждый 10, 20 и т.д.);
3. **типическая** (**стратифицированная**), когда генеральная совокупность разбита на группы и в каждой группе обследуются по нескольку объектов));
4. **серийная** (**гнездовая**), когда случайным образом отбираются целые серии.

Наиболее простой способ формирования выборочной совокупности – *собственно случайный отбор.* Теоретические основы выборочного метода, первоначально разработанные применительно к собственно случайному отбору, используют и для определения ошибок выборки при других способах наблюдения.

Собственно случайный отбор может быть повторным и бесповторным. При *повторном* отборе каждая единица, отобранная в случайном порядке из генеральной совокупности, после проведения наблюдения возвращается в эту совокупность и может быть вновь подвергнута обследованию. На практике такой способ отбора встречается редко. Гораздо более распространен собственно случайный *бесповторный* отбор, при котором обследованные единицы в генеральную совокупность не возвращаются и не могут быть обследованы повторно. При повторном отборе вероятность попадания в выборку для каждой единицы генеральной совокупности остается неизменной. При бесповторном отборе она меняется, но для всех единиц, оставшихся в генеральной совокупности после отбора из нее нескольких единиц, вероятность попадания в выборку одинакова.

Среднюю ошибку выборки и объем выборки можно вычислить по следующим формулам:

Таблица 4.1

Вычисление выборки

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Наименование  показателя | Вид выборки | |
|  | повторная | бесповторная |
| **Случайная**  **выборка**  Средняя (стандартная) ошибка | (4,1) | (4,4) |
| Средняя ошибка  доли признака | (4,2) | (4,5) |
| Объем выборки | (4,3) | (4,6) |
| **Типическая**  **выборка**  Средняя ошибка | (4,7) | (4,9) |
| Объем выборки | (4,8) | (4,10) |
| **Серийная**  **выборка**  Средняя ошибка | (4,11) | (4,13) |
| Объем выборки | (4,12) | (4,14) |

Где:

t – коэффициент доверия

n – объем выборки;

N – объем генеральной совокупности;

s - число отобранных серий;

S – общее число серий;

- средняя из групповых дисперсий;

- межгрупповая дисперсия.

- предельная ошибка выборки  (4,15), т.е. предельная ошибка равна *t*-кратному числу средних ошибок выборки.

Существуют соотношение связывающее генеральную среднюю , предельную ошибку выборки  и выборочную среднюю :

 (4,16) или  (4,17)

Для выборки объема  предельная ошибка  может быть определена из соотношения  (4,18)

Таблица 4.2

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *t* | 1,00 | 1,96 | 2,00 | 2,58 | 3,00 |
| *F(t)* | 0,683 | 0,9500 | 0,9545 | 0,9901 | 0,9973 |

 (4,19) – это предел возможной ошибки (правило «трех сигм»).

*F(t) –* вероятность (или достоверность) выборки

.

**Формы организации выборочного наблюдения**

Типическая (стратифицированная) выборка: общий список разбивается на отдельные списки (однородной группы). Общий объем выборки ***n*** разбивается пропорционально между списками:

**1-й вариант**

*,* (4.20)

где *n* – объем выборки

*N* – объем генеральной совокупности

*ni* – число наблюдений из *i*-ой типической группы

*Ni* – объем *i*-ой типической группы в генеральной совокупности.

**2-й вариант** – равномерный (из каждой группы поровну)

, (4.21)

где *k* – число групп.

**3-й вариант** – оптимальный (для групп с большей вариацией признака объем наблюдений увеличивается)

. (4.22)

Раздел: Определение ошибки выборочной средней при собственно-случайном и механическом отборе

*ЗАДАЧА 64*

Методом случайной повторной выборки было взято для проверки на вес 200 шт.деталей. В результате был установлен средний вес одной детали 30 гр. при среднем квадратичном отклонении 4 гр. С вероятностью 0,954 требуется определить пределы в которых находится средний вес деталей в генеральной совокупности.

**Решение:** Рассчитаем предельную ошибку выборочной средней (4.18)

 при Р=0,954 значение t=2, тогда 

по формуле 4.17 определим верхнюю границу генеральной средней:



определим верхнюю границу генеральной средней:



С вероятностью 0,954 можно утверждать, что средний вес детали в генеральной совокупности находится в пределах 

*ЗАДАЧА 65*

Из партии в 1 млн.шт. мелкокалиберных патронов путем случайного бесповторного отбора взято для определения дальности боя 1000 шт. По результатам испытаний с вероятностью 0,954 определить для всей партии патронов возможные пределы средней дальнобойности

|  |  |
| --- | --- |
| Дальность боя, м | Число  патронов |
| 25 | 110 |
| 30 | 175 |
| 35 | 290 |
| 40 | 155 |
| 45 | 120 |
| 50 | 150 |

**Решение:** промежуточные данные в таблице сведем в таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
| 25 | 110 | 2750 | 12,25 | 1347,5 | 150,0625 | 16506,88 |
| 30 | 175 | 5250 | 7,25 | 1268,75 | 52,5625 | 9198,438 |
| 35 | 290 | 10150 | 2,25 | 652,5 | 5,0625 | 1468,125 |
| 40 | 155 | 6200 | 2,75 | 426,25 | 7,5625 | 1172,188 |
| 45 | 120 | 5400 | 7,75 | 930 | 60,0625 | 7207,5 |
| 50 | 150 | 7500 | 12,75 | 1912,5 | 162,5625 | 24384,38 |
| Итого | 11000 | 37250 | - | - | - | 59937,5 |

Среднее значение выборки: 

Дисперсия: 

Средняя ошибка выборки:



Тогда средняя дальнобойность имеет вид:

; где предельная ошибка равна: 

37,25-0,4937,25+0,49 или 36,7637,74 т.е. с вероятностью 0,954 можно утверждать что, возможные пределы дальнобойности всей партии патронов лежат в данном диапазоне.

**Задачи для самостоятельной работы**

Раздел: Определение ошибки выборочной средней при собственно-случайном и механическом отборе

*ЗАДАЧА 71*

С целью изучения размеров выручки киосков была произведена 10% -ая случайная бесповторная выборка из 1000 киосков города. В результате были получены данные о средней выручке составившие 50000 руб. В каких пределах с доверительной вероятностью 0,95 может находиться средняя дневная выручка, если среднее квадратическое отклонение составило 15000 руб?

*ЗАДАЧА 72*

В целях изучения среднедушевого дохода семей города Тамбова, была произведена 1%-я повторная выборка из 30 тыс. семей. По результатам обследования среднедушевой доход семьи в месяц составил 17000 руб. со средним квадратическим отклонением 1500 руб.. С вероятностью 0,95 найдите доверительный интервал, в котором находится величина среднедушевого дохода всех семей города.

*ЗАДАЧА 73*

Коммерческий банк, изучая возможности предоставления долгосрочных кредитов, опрашивает своих клиентов для определения среднего размера кредита. Из 9706 клиентов опрошено 1000 человек. Среднее значение необходимого кредита в выборке составило 675 у.е. со стандартным отклонением 146 у.е. Найдите границы 95% доверительного интервала для оценки неизвестного среднего значения кредита в генеральной совокупности

*ЗАДАЧА 74*

В порядке механической выборки было подвержено испытанию на разрыв 100 нитей из партии. В результате обследования установлена средняя крепость пряжи 320 г. при среднеквадратичном отклонении 20 г. С вероятностью 0,954 определить пределы в которых находится средняя крепость пряжи в партии.

*ЗАДАЧА 75*

Для оценки остаточных знаний по математическим дисциплинам были протестированы 25 студентов 3-го курса групп ЭВМ. Получены следующие результаты в баллах: 107, 90, 114, 88, 117, 110, 103, 120, 96, 122, 93, 100, 121, 110, 135, 85, 120, 89, 100, 126, 90, 94, 99, 116, 111. По этим данным найдите 95%-й интервал для оценки среднего балла тестирования всех студентов 3-го курса.

**Тема – выборочное наблюдение в статистике**

Раздел: Определение ошибки выборочной доли при собственно-случайном и механическом отборе

*ЗАДАЧА 66*

При обследовании 100 образцов изделий отобранных из партии в случайном порядке, оказалось 20 нестандартных. С вероятностью 0,954 определите пределы, в которых находится доля нестандартной продукции в партии.

**Решение:** Рассчитаем долю нестандартной продукции в выборочной совокупности:

 Воспользуемся формулой 4.2 для расчета средней ошибки выборочной доли: 

Предельная ошибка выборочной доли при 0,954 равна:

 тогда по формуле 4.17 определим верхнюю границу генеральной доли: 

определим нижнюю границу генеральной доли:

С вероятностью 0,954 можно утверждать, что доля нестандартной продукции в партии товара находится в пределах 

Раздел: Определение необходимой численности выборки при

собственно-случайном и механическом отборе

*ЗАДАЧА 6*7

Исходя требований ГОСТа необходимо установить оптимальный размер случайной бесповторной выборки из партии изделий 2000 штук при среднеквадратичном отклонении 15,4 , чтобы с вероятностью 0,997 предельная ошибка не превысила 3% от веса 500 гр. изделия (батона).

**Решение:**





*ЗАДАЧА 68*

Определите сколько электроламп из всей партии изделий следует подвергнуть обследованию в порядке случайной бесповторной выборки, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка не превышала 3% среднего веса спирали (средний вес составляет 42 мг). Коэффициент вариации среднего срока службы компьютеров по данным предыдущих обследований составляет 6%, а вся партия состоит из 1220 электроламп.

**Решение:** Формула (4.10) оптимальной численности выборки для повторного отбора:  В этой формуле нам неизвестны три величины:

1.предельная ошибка - 

2. дисперия - 

3. коэффициент t

Определим значение предельной ошибки: 

Среднее квадратичное отклонение найдем из формулы 3.8:

 тогда = 6,35

коэффициент при Р=0.954 найдем из таблицы 4.2 он равен t=2

N=1220 

Таким образом необходимо обследовать **16 электроламп**

*ЗАДАЧА 69*

В районе 10 тыс.семей. Из них 5 тыс. – семьи рабочих, 1 тыс. – семьи служащих, 4 тыс. семьи аграриев. Для определения среднего размера семьи района проектируется типическая выборка со случайным бесповоротным отбором внутри типических групп. Какое число семей необходимо отобрать, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка выборки не превышала 0,5 человека, если на основе предыдущих обследований известно, что дисперсия среднего размера семьи в выборке равна 9?

**Решение**. Рассчитаем необходимую численность типической выборки:



Необходимо отобрать 141 семью из них:

**** из семей рабочих**;**

**** изсемей служащих**;**

**** из семей аграриев**;**

**Самостоятельная работа**

*ЗАДАЧА 78*

При выборочном опросе 1200 телезрителей оказалось, что 456 из них регулярно смотрят программы телеканала СТС. Постройте 99%-й доверительный интервал, оценивающий долю всех телезрителей, предпочитающих программы телеканала СТС

*ЗАДАЧА 79*

Выборочные обследования показали, что доля покупателей, предпочитающих новую модификацию компьютеров, составляет 60% от общего числа покупателей данного товара. Каким должен быть объём выборки, чтобы можно было получить оценку генеральной доли с точностью не менее 0,05 при доверительной вероятности 0,997

*ЗАДАЧА 80*

С помощью собственно – случайного повторного отбора фирма провела обследование 900 своих служащих. Средний стаж работы в фирме равен 8,7 года, а среднее квадратическое отклонение – 2,7 года. Среди обследованных оказалось 270 женщин. Считая стаж работы служащих распределённым по нормальному закону определите: а) с вероятностью 0,95 доверительный интервал, в котором окажется средний стаж работы всех служащих фирмы; б) с вероятностью 0.997 доверительный интервал, накрывающий неизвестную долю женщин во всём коллективе фирмы

*ЗАДАЧА 81*

В городе 500 тыс.жителей. По материалам учета городского населения было обследовано

50 тыс.жителей методом случайного бесповторного отбора. В результате обследования установлено, что в городе 15% жителей старше 60 лет. С вероятностью 0,683 определите пределы, в которых находится доля жителей города старше 60 лет.

**Тема – выборочное наблюде6ние в статистике**

Раздел: Определение ошибки выборочной средней при серийной

выборке

*ЗАДАЧА 70*

В механическом цехе завода в десяти бригадах работает сто человек. В целях изучения квалификации рабочих была проведена 20% серийная бесповторная выборка, в которую вошли две бригады. Получено следующие распределение, обследованных рабочих по разрядам:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Рабочие | Разряды рабочих в бригаде 1 | Разряды  рабочих в  бригаде 2 |
| 1 | 2 | 3 |
| 2 | 4 | 6 |
| 3 | 5 | 1 |
| 4 | 2 | 5 |
| 5 | 5 | 3 |
| 6 | 6 | 4 |
| 7 | 5 | 2 |
| 8 | 8 | 1 |
| 9 | 4 | 3 |
| 10 | 5 | 2 |

Необходимо определить с вероятностью 0,997 пределы в которых находится средний разряд рабочих механического цеха.

**Решение**: Определим выборочные средние по бригадам и общую среднюю:







Определим межсерийную дисперсию по формуле 3.17 :

****

Рассчитаем среднюю ошибку серийной выборки по формуле 4.17:



Вычислим предельную ошибку выборки с вероятностью 0,997:



С вероятностью 0,997 можно утверждать, что средний разряд рабочих механического цеха находится в пределах - 

**Самостоятельная работа**

*ЗАДАЧА 82*

По данным бесповторного выборочного обследования в 2010 году прожиточный минимум населения Северо-Кавказского региона составил в среднем на душу населения 16000 руб. в месяц. Каким должен был быть минимально необходимый объём выборки, чтобы с вероятностью 0,997 можно было утверждать, что этот показатель уровня жизни населения в выборке отличается от своего значения в генеральной совокупности не более чем на 100 рублей, если среднее квадратическое отклонение принять равным 300 рублей

*ЗАДАЧА 83*

Для определения среднего размера вклада определенной категории вкладчиков в отделениях сберегательного банка города, где число вкладчиков 5000, необходимо провести выборку лицевых счетов методом механического отбора. Предварительно установлено, что среднее квадратическое отклонение размеров вклада составляет 1200 рублей. Определить необходимую численность выборки при условии, что с вероятностью 0,954 ошибка выборки не превысит 100 рублей.

*ЗАДАЧА 84*

Среднемесячный бюджет студентов Тамбовского железнодорожного колледжа оценивается по случайной повторной выборке. С вероятностью 0,954 найдите наименьший объём выборки, необходимый для такой оценки. если среднее квадратическое отклонение предполагается равным 100 рублей, а предельная ошибка средней не должна превышать 20 рублей.

*ЗАДАЧА 85*

В механическом цехе завода 1000 рабочих. Из них 800 квалифицированных и 200 неквалифицированных. С целью изучения производительности труда предполагается провести типическую выборку рабочих с пропорциональным отбором. Отбор внутри групп механический. Какое число рабочих необходимо отобрать, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка выборки не превышала 6 человек, при среднем квадратичном отклонении 25?

*ЗАДАЧА 86*

Изготовленная продукция упаковывается в ящики по 50 шт. Из 500 ящиков поступивших на склад , в порядке случайной бесповторной выборки обследовано 10 ящиков, все детали которых проверены на вес. Результаты проверки показали, что средний вес деталей составил в граммах: 30; 34; 28; 36; 40; 26; 38; 34; 44; 50. Средний вес деталей в выборке составил 32 г.С вероятностью 0,997 определите пределы, в которых находится средний вес деталей, поступивших на слад готовой продукции.